

9. Sprendžiame nuo galo

Įvadas

Būna uždavinių, kuriuos žymiai patogiau spręsti ne nuo pradžios, o nuo galo – nuo pabaigos. Kyla klausimas: O kas buvo prieš tai? Šį klausimą gali tekti pakartoti kelis kartus, kol nuo uždavinio pabaigos atkeliausite į jo pradžią arba į tą momentą, apie kurį klausiama uždavinyje. Tai lyg atsukti filmą atbuline tvarka.

Nebūtina veiksmus atlikti mintinai. Jums bus lengviau, jeigu nusibraižysite lenteles, schemas ar piešinius.

Kaip spręsti?

„Jonukas atsinešė keksiukų dėžutę ir vaišino draugus. Pasiūlė Dariui – tas pasiėmė 8 keksiukus, bet paskui persigalvojęs 3 grąžino, vėliau 6 keksiukus pasiėmė Rita, tad dėžutėje liko 10. Kiek keksiukų buvo dėžutėje iš pradžių?“

Pavaizduokime uždavinį schemiškai (žr. 1-ą schemą).

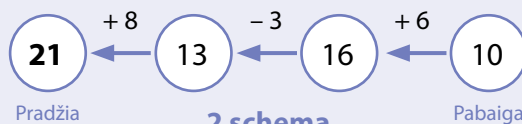
Atkreipkite dėmesį, kad sąlygoje aiškiai pasakyta, kiek keksiukų yra pabaigoje, o klausiama, kiek jų buvo pradžioje – tai rodo, kad sprendimas nuo galo čia būtų tinkamas metodas.

Sąlygoje nurodyta



1 schema

Eidami nuo galo, taikome atvirkštinius veiksmus



2 schema

Uždaviniai

1. Joris keturiais metais jaunesnis už Gabiją, o Gabija 24 metais jaunesnė už Daivą. Kiek metų Joriui, jei Daivai yra 35-eri?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

2. Kai Audronė įlipa į autobusą, jame jau sėdi keli žmonės. Kitoje stotelėje 5 žmonės įlipa, o du išlipa. Dar kitoje stotelėje įlipa 7 nauji keleiviai. Galutinėje maršruto stotelėje visi 15 keleivių išlipa. Kiek žmonių buvo autobuse prieš įlipant Audronei?

Sprendimas.

Atsakymas.

3. Mikė Pūkuotukas – geraširdis meškiukas. Kartą jis nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus. Priėjęs Pelėdos namus, jai atidavė pusę likusio medaus. Namų parsinešė 1 litrą medaus. Kiek medaus buvo statinaitėje iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.



4. Sugalvojau skaičių. Padauginau jį iš 2, prie gautos sandaugos pridėjau 3 ir gavau 17. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

Sprendimas.

Atsakymas.

5. Sugalvojau kitą skaičių. Padalijau jį iš 4, gautą skaičių padauginau iš 3, tuomet pridėjau 2, paskui atėmiau 12, padalijau iš 2 ir gavau 4. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

6. Sugalvojau dar vieną skaičių. Pridėjau 5, sumą padalijau iš 3, padauginau iš 4, atėmiau 6, padalijau iš 7 ir gavau 2. Kokį skaičių buvau sugalvojęs?

Sprendimas.

Atsakymas.

7. Keturi bendraklasiai panūdo sužinoti savo kūno masę. Pasirodo, Kęstas 15 kilogramų lengvesnis už Andrių, Gabrielius – dvigubai sunkesnis už Kęstą, o Jonas – 7 kilogramais sunkesnis už Gabrielių. Jei Jonas sveria 71 kilogramą, kiek sveria Andrius?

Sprendimas.

Atsakymas.

8. Trys merginos iš viso rado 65 baravykus. Pirmame miškelyje kiekviena rado jų po tiek pat. Antrame miškelyje kiekviena rado trigubai daugiau grybų nei pirmame. Išėjusios iš trečio miškelio, jos jau turėjo penkiagubai daugiau baravykų nei išėjusios iš pirmų dviejų miškelių. O ketvirtame miškelyje visos kartu rado tik 5 baravykus. Kiek grybų rado kiekviena mergina pirmame miškelyje?

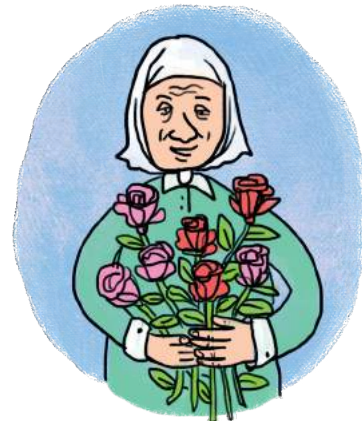
Sprendimas.

Atsakymas.

9. Dariaus močiutė labai mėgsta rožes. Jos sodelyje purpurinių rožių perpus mažiau nei raudonų, o raudonų – keturgubai daugiau nei baltų. Šviesių rožių, t. y. baltų arba geltonų, auga 36, iš kurių 20 yra geltonos. Kiek iš viso rožių augina Dariaus močiutė?

Sprendimas.

Atsakymas.



9. Sprendžiame nuo galo



10. Freken Bok iškepė blynų. Kai atėjęs Karlsonas įsidėjo pusę blynų sau, Freken Bok atidėjo du blynus Mažyliui. Tuomet Karlsonas vėl įsidėjo pusę likusių blynų sau, tad Freken Bok atidėjo dar tris blynus Mažyliui ir blynai baigėsi. Kiek blynų iš viso sukirto Karlsonas?

Sprendimas.

Atsakymas.

11. Mikė Pūkuotukas vėl nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus ir dar vieną litrą. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus ir dar du litrus. Priėjęs Pelėdos namus, jai atidavė pusę likusio medaus ir dar vieną litrą. Namo grįžo su tuščia statinaite. Kiek medaus buvo joje iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.

12. Turtingas pirklys senatvėje savo sukauptus perlus dukterims padalijo taip: vyriausiai skyrė pusę visų perlų ir dar 1, vidurinei – pusę likusių perlų ir dar 1, o jauniausiai – pusę likusių perlų ir paskutinius 3. Kiek perlų pirklys buvo sukaupęs?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

13. Mama pasiuntė Mažylį apsipirkti, davusi piniginę su pinigais. Artimiausioje parduotuvėje Mažylis sumokėjo pusę turėtų pinigų už pieną ir sūrį. Už 3 kronas autobusu nuvažiavęs iki miesto centro, jis pusę likusių pinigų ir dar 1 kroną sumokėjo už knygą. Prisiminė, kad dar reikia sąsiuvinį ir pieštukų. Už juos Mažylis sumokėjo pusę likusių pinigų. Išėjęs iš knygyno nusipirko ledų už 4 kronas, tad jam pinigų liko tik autobuso bilietui namo. Kiek pinigų mama davė Mažyliui?

Sprendimas.

Atsakymas.

14. Mikė Pūkuotukas vėl nešėsi statinaitę medaus. Sutikęs Knysliuką atidavė jam pusę medaus ir dar pusę litro. Vėliau sutiko Asiliuką – jam atidavė pusę likusio medaus ir dar pusę litro. Priėjęs Pelėdos namus jai atidavė pusę likusio medaus ir dar pusę litro. Namo grįžo su tuščia statinaite. Kiek medaus buvo joje iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.



9. Sprendžiame nuo galo

15. Visą dieną skridusios laukinės žąsys nakvoti nusileido ant ežerų. Ant kiekvieno ežero nusileido pusė žąsų ir dar pusė žąsies, o likusios skrido link kito. Visos žąsys sutūpė ant septynių ežerų. Kiek žąsų buvo iš viso?



Sprendimas.

Atsakymas.

16. Šeimoje auga trys vaikai ir jie įpratę visko pasiimti po trečdalį. Kartą mama ant stalo paliko saldainių. Atėjo vyriausias sūnus ir paėmė saldainių sau ir broliui. Ant stalo liko trečdalis. Vidurinis brolis prasilenkė su vyriausiu, tad atėjęs paėmė sau ir jam, palikdamas ant stalo trečdalį rastų saldainių. Kai grįžo jauniausias, jis taip pat paėmė ir sau, ir vyriausiam, ant stalo palikdamas trečdalį rastų likusių saldainių – 3. Kiek saldainių buvo palikta ant stalo?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

17. Mama iškepė keksiukų. Belaukdama namiškių šeštadalį jų suvalgė, o kitus paliko virtuvėje ant stalo. Iš darbo grįžęs tėtis suvalgė penktadalį rastų ir nuėjo plauti automobilio. Po treniruotės grįžęs vyriausias sūnus pasiėmė ketvirtadalį likusių ir nuėjo į savo kambarį. Dar vėliau grįžusi vyriausia dukra įsidėjo sau trečdalį likusių keksiukų ir nuėjo ruošti namų darbų. Po kiek laiko į virtuvę užsukęs jaunesnis brolis pasiėmė pusę rastų keksiukų, todėl ant stalo liko 3 keksiukai. Kiek jų buvo iškepusi mama?



Sprendimas.

Atsakymas.

18. Kitoje šeimoje yra taip pat trys vaikai. Kartą mama paliko ant stalo saldainių. Atėjo vyriausias sūnus ir trečdalį jų pasiėmė. Vėliau iš mokyklos grįžo vidurinioji dukra ir pasiėmė trečdalį likusių. Kai grįžo jauniausia, ji taip pat pasiėmė trečdalį likusių, todėl jai klievo 8 saldainiai. Kiek saldainių buvo palikta ant stalo?

Sprendimas.

Atsakymas.

19. Vienas matematikos būrelio užsiėmimas buvo tikrai įsimintinas. Pirmam atėjusiam vadovas davė 1 saldainį ir dešimtadalį likusių. Antras, tik pravėręs duris, gavo du saldainius ir dešimtadalį likusių ir t. t. Devintas gavo 9 saldainius ir dešimtadalį likusių. Kai dešimtas atėjo Ignas, jam saldainių jau buvo nelikę. Kiek saldainių buvo išdalyta pirmiems devyniems?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

20. Šalia kelio iš vienos pusės buvo pasodinta medžių, o kitais metais į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių buvo pasodinta po naują medį, tad iš viso susidarė 29 medžių alėja. Kiek medžių buvo pasodinta iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.

21. Šalia kelio iš vienos pusės buvo pasodinta medžių, o kitais metais į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių pasodino po naują medį. Trečiais metais vėl į kiekvieną tarpą tarp dviejų medžių pasodino po naują medį, tad iš viso susidarė 2017 medžių alėja. Kiek medžių buvo pasodinta iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.

22. Buvo nubrėžta tiesė ir joje pažymėti keli taškai. Tuomet tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po tašką. Vėliau tai padaryta dar kartą ir dar kartą. Kiek taškų buvo pažymėta iš pradžių, jei pabaigoje tiesėje iš viso buvo pažymėti 65 taškai?

Sprendimas.

Atsakymas.

23. Buvo nubrėžta tiesė ir joje pažymėti keli taškai. Tuomet tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po tašką. Paskui tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po 2 taškus. Galiausiai tarp kiekvienų dviejų taškų pažymėta dar po 3 taškus. Kiek taškų buvo pažymėta iš pradžių, jei pabaigoje tiesėje iš viso buvo pažymėti 49 taškai?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

24. Į mėgintuvėlį įleidžiama viena bakterija. Po sekundės ji skyla į dvi bakterijas. Kiekviena iš atsiradusių bakterijų po sekundės skyla į dvi bakterijas ir t. t. Po minutės visas mėgintuvėlis jau buvo pilnas bakterijų.

- a) Po kurio laiko lygiai pusė mėgintuvėlio buvo pripildyta bakterijų?
- b) Per kiek laiko užsipildytų mėgintuvėlis, jei į jį iš pradžių būtų įleistos 4 bakterijos?

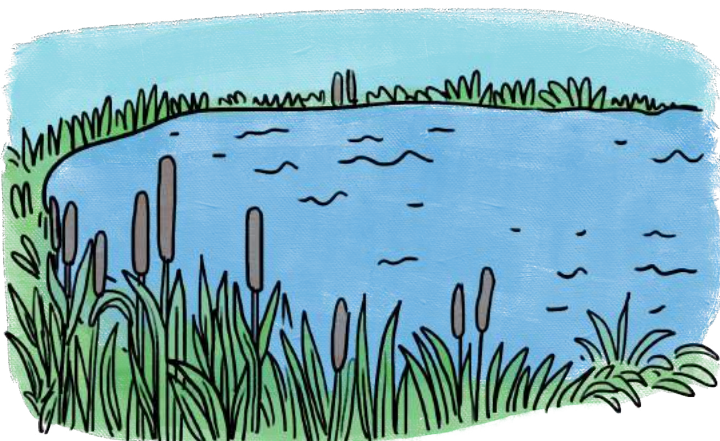
Sprendimas.

Atsakymas.

25. Ežere auga meldai. Jei žmonės jų neiškerta, per metus meldų dengiamas plotas padvigubėja. Jei žmonės nesikištų, per 25 metus ežeras visiškai užaugtų meldais. Per kiek laiko ketvirtadalis ežero apaugtų meldais, jei žmonės nieko nedarytų?

Sprendimas.

Atsakymas.



9. Sprendžiame nuo galo

26. Du plėšikai žaidė kortomis. Iš pradžių pirmas pralošė antram pusę savo auksinių monetų, paskui antras pirmam pralošė pusę turimų auksinių monetų. Tuomet vėl pirmas pralošė antram pusę turimų auksinių monetų. Kiek monetų turėjo kiekvienas jų iš pradžių, jei dabar pirmas turi 15, o antras – 33 monetas?

Sprendimas.

Atsakymas.

27. Du plėšikai žaidė kortomis. Iš pradžių pirmas pralošė antram pusę savo auksinių monetų, paskui antras pralošė pirmam pusę turimų auksinių monetų. Tuomet vėl pirmas antram pralošė pusę turimų auksinių monetų. Kiek monetų turėjo kiekvienas iš jų iš pradžių, jei dabar pirmas turi 50, o antras – 110 monetų?

Sprendimas.

Atsakymas.

28. Tie, kas Laukiniuose vakaruose turėdavo bent 200 dolerių, galėdavo žaisti „Pinigų salę“. Šis žaidimas vyksta taip: kiekvienam, įžengusiam į salę, išmokama tiek pinigų, kiek jis turi atsinešęs su savimi, bet už šią paslaugą imamas 400 dolerių mokestis. Ir taip kartojama tiek kartų, kiek tik nori (arba kol žaidėjui lieka mažiau nei 200 dolerių).

- a) Kiek kartų galėtumėte sužaisti šį žaidimą, jei turite 340 dolerių?
- b) Kiek kartų galėtumėte sužaisti šį žaidimą, jei turite 380 dolerių?
- c) Kaubojus Džo tris kartus sužaidė šį žaidimą ir jam neliko pinigų. Kokią sumą jis buvo atsinešęs?
- d) Su kokia **mažiausia** pinigų suma galėtumėte šį žaidimą žaisti be galo ilgai?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

29. 48 degtukai išdėlioti į tris krūveles. Jei iš pirmos krūvelės perdėtume į antrą tiek, kiek yra antroje, paskui iš antros perdėtume į trečią tiek, kiek yra trečioje ir, pagaliau, iš trečios perdėtume į pirmą tiek, kiek tuo metu būtų pirmoje, tai visose krūvelėse degtukų būtų po lygiai. Kiek degtukų yra kiekvienoje krūvelėje?

Sprendimas.

Atsakymas.

30. Trys broliai burtų keliu pasidalijo 120 saldinių. Tuomet vyriausias likusiems dviem atidavė po tiek saldinių, kiek jie turėjo iš pradžių. Paskui vidurinis davė kitiems dviem po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Galiausiai jauniausias vyresniems davė po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Po tokių dalybų visi turėjo po lygiai saldinių. Kiek saldinių turėjo kiekvienas iš jų iš pradžių?

Sprendimas.

Atsakymas.

31. Tėtis paskubomis padalijo trimis savo sūnums 24 pyragaičius. Kiekvienam klievo trimis mažiau, nei jam yra metų. Jauniausias tarė savo broliams: „Padarykim taip. Aš pasiliksiu sau pusę pyragaičių, o kitą pusę padalysiu jums abiem po lygiai. Tada tegul vidurinis brolis pasilieka sau pusę tuo metu turimų pyragaičių, o kitą pusę padalija man ir vyriausiam po lygiai. O pabaigoje tegul vyriausias padaro taip pat.“ Kaip tarė, taip ir padarė. Pasirodo, visi jie turėjo po lygiai pyragaičių. Kiek metų kiekvienam broliui?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

32. Vieną kartą tris draugus apėmė dosnumas: Andrius davė Jonui ir Tomui po tiek saldinių, kiek jie turėjo iš pradžių. Tada Jonas davė Andriui ir Tomui po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Galiausiai Tomas davė Andriui ir Jonui po tiek saldinių, kiek jie tuo metu turėjo. Jei Tomas ir pradžioje, ir pabaigoje turėjo po 36 saldinius, tai kiek jų turėjo visi trys draugai kartu?

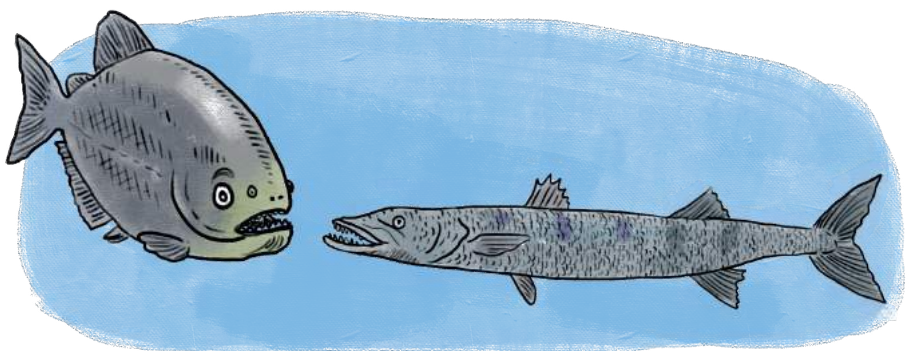
Sprendimas.

Atsakymas.

33. Vieną savaitę netoli Bermudų trikampio vyko žuvų kautynės. Pirmadienį kiekviena piranija surijo lygiai po 1 barakudą. Antradienį kiekviena išgyvenusi barakuda surijo po 1 piraniją. Trečiadienį vėl kiekviena išgyvenusi piranija surijo po 1 barakudą. Taip tęsėsi iki sekmadienio, kai paskutinė piranija surijo paskutinę barakudą. Kiek žuvų pradėjo kautynes?

Sprendimas.

Atsakymas.



9. Sprendžiame nuo galo

34. Andrėja sugalvojo skaičių, atėmė iš jo 3, gautą skirtumą padalijo iš 2, prie dalmens pridėjo 7, tą sumą padaugino iš 7 ir, nubraukusi paskutinį skaitmenį, gavo 17.

Kokį skaičių sugalvojo Andrėja?

Sprendimas.

Atsakymas.

35. Sugalvojau sveikąjį skaičių, padauginau jį iš 13, nubraukiau paskutinį skaitmenį, gautą skaičių padauginau iš 7, nubraukiau paskutinį skaitmenį ir gavau 21. Kokį skaičių aš buvau sugalvojęs?

Sprendimas.

Atsakymas.

36. 15-os aukštų name yra liftas, o jame – tik du mygtukai: „+7“ (pakilti per 7 aukštus) ir „-9“ (nusileisti per 9 aukštus). Ar galima iš trečio aukšto liftu pasiekti dvyliktą?

Sprendimas.

Atsakymas.

37. Su skaičiais leidžiama atlikti du veiksmus – arba padvigubinti, arba bet kuria tvarka perstatyti skaitmenis (tik draudžiama 0 perkelti į skaičiaus pradžią). Ar galima šių veiksmų pagalba iš 1 gauti 74 arba 68?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

38. Onutė sako draugui Petriukui: „Jei prie savo per trimestrą praleistų pamokų skaičiaus pridėtum 7, gautą sumą padalytum iš 8, tada padaugintum iš 6 ir atimtum 9, tai gautum pirminį skaičių.“ Bet Petriukas viską supainiojo, tad savo per trimestrą praleistų pamokų skaičių padaugino iš 7, iš sandaugos atėmė 8, tada padalijo iš 6 ir pridėjo 9. Kokį atsakymą gavo Petriukas?

Sprendimas.

Atsakymas.

39. Visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 1000 buvo išrašyti į eilę tokiu būdu: pirmiausia didėjimo tvarka buvo surašyti skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 1, tuomet taip pat didėjimo tvarka skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 2, vėliau, laikantis to paties principo, ir tie, kurių skaitmenų suma lygi 3 ir t. t. Kurioje šios eilės vietoje atsidūrė skaičius 996?

Sprendimas.

Atsakymas.

9. Sprendžiame nuo galo

40. Ratu išdėlioti tokie 9 skaitmenys: 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0. Kiekvieną minutę atliekama tokia operacija: tarp bet kurių dviejų vienodų skaitmenų įrašomas 0, o tarp bet kurių dviejų skirtingų skaitmenų – 1. Paskui senieji skaitmenys nutrinami. Ar gali po kurio laiko likti visi vienodi skaitmenys?

Sprendimas.

Atsakymas.

41. Ratu išdėlioti 9 skaitmenys – kažkiek nulių, o likusieji – vienetai. Be to, ne visi skaitmenys yra vienodi. Kiekvieną minutę atliekama tokia operacija: tarp bet kurių dviejų vienodų skaitmenų įrašomas 0, o tarp bet kurių dviejų skirtingų skaitmenų – 1. Paskui senieji skaitmenys nutrinami. Ar gali po kurio laiko likti visi vienodi skaitmenys?

Sprendimas.

Atsakymas.